

EJERCICIOS REPASO RAÍCES

1. Hallar los radicales irreducibles de los siguientes:

a) $\sqrt[4]{3^2}$ b) $\sqrt[8]{5^4}$ c) $\sqrt[9]{27}$ d) $\sqrt[12]{81}$ e) $\sqrt[5]{1024}$ f) $\sqrt[30]{a^6}$ g) $\sqrt[18]{a^3b^6}$

2. Estudiar si los siguientes radicales son equivalentes:

a) $\sqrt{9}$, $\sqrt[3]{27}$, $\sqrt[4]{81}$, $\sqrt[5]{243}$ b) $\sqrt{2}$, $\sqrt[4]{4}$, $\sqrt[6]{8}$, $\sqrt[8]{16}$

3. Reducir los siguientes radicales a índice común, y ordenarlos de menor a mayor:

a) $\sqrt{5}$, $\sqrt[3]{2^3}$, $\sqrt[5]{7^2}$ b) $\sqrt[3]{5}$, $\sqrt[5]{7^3}$, $\sqrt[15]{3^2}$ c) $\sqrt[4]{3}$, $\sqrt[6]{11^3}$, $\sqrt[15]{3^2}$ d) $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{7^3}$, $\sqrt[5]{3^2}$

4. Multiplicar los siguientes radicales y simplificar el resultado, extrayendo factores cuando sea posible:

a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{32}$ b) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$ c) $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{9}$ d) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{15}$ e) $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt{4}$ f) $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{5}$
 g) $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{32}$ h) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[4]{8}$ i) $\sqrt[12]{a} \cdot \sqrt[18]{a^5}$ j) $\sqrt{ab^3} \cdot \sqrt[9]{a^2b}$

5. Introducir factores:

a) $3\sqrt{2}$ b) $2\sqrt{2}$ c) $2\sqrt{3}$ d) $2\sqrt[3]{5}$ e) $2\sqrt[4]{7}$ f) $3\sqrt[5]{2}$ g) $ab^2\sqrt{a^2b}$

6. Extraer factores de los siguientes radicales:

a) $\sqrt{8}$	g) $\sqrt{128}$	m) $\sqrt[3]{500}$
b) $\sqrt{18}$	h) $\sqrt{162}$	n) $\sqrt[4]{80}$
c) $\sqrt{32}$	i) $\sqrt{200}$	o) $\sqrt[5]{279936}$
d) $\sqrt{60}$	j) $\sqrt{180}$	p) $\sqrt{a^7b^5}$
e) $\sqrt{72}$	k) $\sqrt[3]{81}$	q) $\sqrt[3]{a^3b^2c^{13}}$
f) $\sqrt{98}$	l) $\sqrt[4]{48}$	

7. Simplificar, dando el resultado como un sólo radical irreducible:

a) $\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3}}} = (\text{Soluc: } \sqrt[8]{3^7})$ b) $\sqrt{2\sqrt[3]{2\sqrt{2}}} = (\text{Soluc: } \sqrt[4]{2^3})$ c) $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}\sqrt{2}}} = (\text{Soluc: } 2\sqrt[8]{2})$

8. Efectuar:

a) $\frac{\sqrt[3]{32}}{\sqrt{2}} =$	c) $\frac{\sqrt[3]{9}}{\sqrt[6]{3}} =$	e) $\sqrt[3]{\frac{125}{512}} =$	g) $\sqrt[4]{32} \cdot \sqrt[6]{8} =$	i) $\sqrt{\frac{25}{9} + 16} = (\text{Soluc: } \frac{13}{3})$
b) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt[4]{2}} =$	d) $\sqrt{\frac{256}{729}} =$	f) $\sqrt[4]{\frac{16}{625}} =$	h) $\frac{\sqrt{8}\sqrt[3]{4}}{\sqrt[4]{64}} = (\text{Soluc: } \sqrt[3]{4})$	j) $\frac{18}{7} + \sqrt{\frac{324}{49} + \frac{36}{7}} = (\text{Soluc: } 6)$

9. Sumar los siguientes radicales reduciéndolos previamente a radicales semejantes:

a) $\sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{18} - \sqrt{32} =$	(Soluc: $2\sqrt{2}$)	k) $2\sqrt{80} - \sqrt{125} + 3\sqrt{45} - 11\sqrt{5} =$	(Soluc: $\sqrt{5}$)
b) $\sqrt{5} + \sqrt{45} + \sqrt{180} - \sqrt{80} =$	(Soluc: $6\sqrt{5}$)	l) $\sqrt{12} - \sqrt{27} + \sqrt{48} - \sqrt{75} =$	(Soluc: $-2\sqrt{3}$)
c) $\sqrt{24} - 5\sqrt{6} + \sqrt{486} =$	(Soluc: $6\sqrt{6}$)	m) $\sqrt{\frac{3}{16}} - 4\sqrt{12} =$	(Soluc: $-\frac{31}{4}\sqrt{3}$)
d) $\sqrt[3]{54} - 2\sqrt[3]{16} =$	(Soluc: $-\sqrt[3]{2}$)	n) $\sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{18}{75}} =$	(Soluc: $\frac{8}{5}\sqrt{\frac{2}{3}}$)
e) $27\sqrt{3} - 5\sqrt{27} - 9\sqrt{12} =$	(Soluc: $-6\sqrt{3}$)	o) $\sqrt{\frac{1}{2}} + 3\sqrt{\frac{1}{8}} =$	(Soluc: $\frac{5\sqrt{2}}{4}$)
f) $2\sqrt{8} + 5\sqrt{72} - 7\sqrt{18} - \sqrt{50} =$	(Soluc: $8\sqrt{2}$)	p) $\sqrt{\frac{5}{12}} - \sqrt{\frac{10}{6}} =$	(Soluc: $-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{5}{3}}$)
g) $3\sqrt{24} - \frac{1}{3}\sqrt{54} + \sqrt{150} =$	(Soluc: $10\sqrt{6}$)		
h) $\sqrt{243} - \sqrt{300} + \sqrt{27} - \sqrt{3} =$			
i) $5\sqrt{2} + 4\sqrt{8} + 3\sqrt{18} + 2\sqrt{32} + \sqrt{50} =$			
j) $2\sqrt{108} - \sqrt{75} - \sqrt{27} - \sqrt{12} - \sqrt{3} =$	(Soluc: $\sqrt{3}$)		

10. Efectuar y simplificar:

a) $(2\sqrt{2})^2 =$	f) $(\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 =$	k) $(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{8}) =$
b) $(3\sqrt{5})^2 =$	g) $(3\sqrt{2} + \sqrt{8})^2 =$	l) $(2 - \sqrt{3})(1 + \sqrt{12}) =$
c) $(3\sqrt{7})^2 =$	h) $(3\sqrt{5} - 2\sqrt{3})^2 =$	m) $(2 + 3\sqrt{5})(3 - \sqrt{5}) =$
d) $(1 + \sqrt{2})^2 =$	i) $(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1) =$	n) $(\sqrt{32} + 1)(\sqrt{2} - 1) =$
e) $(\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 =$	j) $(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) =$	o) $(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3})(3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}) =$

11. Racionalizar y simplificar:

a) $\frac{1}{\sqrt{2}} =$	h) $\frac{1 + \sqrt{2}}{1 - \sqrt{3}} =$	n) $\frac{3(\sqrt{7} + 1)}{\sqrt{7} + 2} =$ (Soluc: $5 - \sqrt{7}$)
b) $\frac{2}{5\sqrt{3}} =$	i) $\frac{1}{4\sqrt{6} + 12} =$ (Soluc: $\frac{1}{4} - \frac{\sqrt{6}}{12}$)	o) $\frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1} =$ (Soluc: $2 + \sqrt{3}$)
c) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} =$	j) $\frac{4}{\sqrt[3]{2}} =$	p) $\frac{1 + \sqrt{2}}{2 - \sqrt{2}} =$ (Soluc: $2 + \frac{3}{2}\sqrt{2}$)
d) $\frac{2 - \sqrt{2}}{2\sqrt{7}} =$	k) $\frac{6}{\sqrt[3]{3^2}} =$	q) $\frac{5 - 7\sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}} =$ (Soluc: $-13 + 6\sqrt{3}$)
e) $\frac{2 + \sqrt{2}}{\sqrt{2}} =$	l) $\frac{3}{2\sqrt[4]{8}} =$	r) $\frac{7}{7 - \sqrt{7}} =$ (Soluc: $\frac{7 + \sqrt{7}}{6}$)
f) $\frac{\sqrt{27} + \sqrt{3}}{\sqrt{3}} =$	m) $\frac{4(\sqrt{5} + 2)}{\sqrt{5} - 1} =$ (Soluc: $7 + 3\sqrt{5}$)	
g) $\frac{8}{\sqrt{7} - \sqrt{3}} =$		

12. Calcular, racionalizando previamente:

$$a) \frac{3}{2\sqrt{5}} + \frac{2}{3-\sqrt{5}} = \quad (\text{Soluc: } \frac{3+4\sqrt{5}}{2 \cdot 5})$$

$$b) \frac{2\sqrt{3}-3}{2\sqrt{3}+3} + \frac{12}{\sqrt{3}} = \quad (\text{Soluc: } 7)$$

$$c) \frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} - \frac{3}{2\sqrt{6}} = \quad (\text{Soluc: } 5 - \frac{9}{4}\sqrt{6})$$

$$d) \frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} + \frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \quad (\text{Soluc: } 2\sqrt{3} + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{6} - 3)$$

$$e) \frac{1}{1-\sqrt{2}} - \frac{3+3\sqrt{2}}{\sqrt{2}-4} = \quad (\text{Soluc: } \frac{4+\sqrt{2}}{14})$$

$$f) \frac{5\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-1} = \quad (\text{Soluc: } \frac{4\sqrt{6}}{3} + \frac{\sqrt{2}}{2})$$

$$g) \frac{3+2\sqrt{2}}{6+6\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{8}} = \quad (\text{Soluc: } 1 + \frac{5}{4}\sqrt{2})$$

$$h) \frac{1-\frac{\sqrt{2}}{2}}{1+\frac{\sqrt{2}}{2}} = \quad (\text{Soluc: } 3-2\sqrt{2})$$

$$i) \frac{\frac{3}{4} + \frac{\sqrt{3}}{3}}{1 - \frac{3\sqrt{3}}{4 \cdot 3}} = \quad (\text{Soluc: } \frac{48+25\sqrt{3}}{39})$$

$$j) \frac{17-9\sqrt{3}}{3\sqrt{3}-5} - \frac{9}{\sqrt{3}} = \quad (\text{Soluc: } 2)$$

13. Operar y simplificar, dejando el resultado racionalizado:

$$a) \sqrt{3} \sqrt[3]{3} \sqrt[4]{3} = \quad b) \sqrt{\sqrt{2} \sqrt[3]{2} \sqrt[4]{2}} = \quad (\text{Soluc: } \sqrt[12]{32/2})$$

14. Escribir en forma radical las siguientes potencias de exponente fraccionario, y racionalizar cuando proceda:

$$a) 2^{1/2}$$

$$c) 5^{3/5}$$

$$e) 7^{-1/2}$$

$$g) 5^{10/5}$$

$$b) 7^{2/3}$$

$$d) 12^{6/12}$$

$$f) 9^{-1/3}$$

$$h) 8^{-2/3}$$

15. Escribir como potencias de exponente racional, con la base más simple posible, los siguientes radicales:

$$a) \sqrt{3}$$

$$c) \sqrt[3]{13^5}$$

$$e) \sqrt{7^{-1}}$$

$$g) \sqrt[10]{7^5}$$

$$b) \sqrt[3]{5^2}$$

$$d) \sqrt[6]{5^{12}}$$

$$f) \sqrt[3]{9^{-2}}$$

$$h) \sqrt[3]{8^{-2}}$$

16. Calcular los valores de las siguientes potencias:

$$a) 81^{3/4}$$

$$b) 81^{0,75}$$

$$c) 81^{9/16}$$

$$d) (81^{2/5})^{15/8}$$

$$e) 27^{0,3333...}$$

17. Transformar en potencias de exponente fraccionario la siguiente expresión, operar y simplificar:

$$\sqrt{3 \sqrt[3]{3} \sqrt[4]{3}} =$$

18. Despejar x y simplificar:

$$x^2 + \left(\frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2 = 1 \quad (\text{Soluc: } x = \pm \frac{2\sqrt{5}}{5})$$

19. Demostrar que son ciertas las siguientes igualdades:

$$a) 2\sqrt{2-\sqrt{3}} = \sqrt{2}(\sqrt{3}-1)$$

$$b) 2\sqrt{2+\sqrt{3}} = \sqrt{2}(\sqrt{3}+1)$$